

Tema 1

**CONCEPTOS
FUNDAMENTALES
DE LA VALORACIÓN
FINANCIERA**

Introducción

Los ejercicios de este primer tema se centran en los conceptos básicos de la matemática financiera y las principales herramientas que se utilizarán más adelante para valorar las operaciones financieras que se pueden plantear en la vida real.

Los objetivos que se pretenden conseguir a través del estudio de este tema son los siguientes:

- Entender el significado del tiempo en la valoración de las operaciones financieras y el principio de subestimación de las necesidades futuras.
- Comprender las reglas básicas para poder comparar capitales financieros.
- Distinguir las distintas variables que se obtienen al desplazar capitales financieros en el tiempo (montante, valor descontado, interés y descuento) y saber cómo obtenerlas.
- Conocer el procedimiento para sumar capitales financieros.

1. Comprobar si los siguientes capitales son o no financieramente equivalentes:

- a) (150,2020) y (100,2023)
- b) (100,2019) y (100,2021)
- c) (100,2022) y (125,2022)
- d) (100,2022) y (130,2025)

Solución:

- a) Dado que la cuantía del capital con vencimiento en 2020 es mayor que la del capital que tiene su vencimiento en 2023, cualquier sujeto económico racional prefiere el primer capital al segundo capital.

$$(150,2020) > (100,2023)$$

- b) En este supuesto en el que los capitales tienen la misma cuantía, se prefiere el capital que tiene un vencimiento anterior.

$$(100,2019) > (100,2021)$$

- c) Cuando dos capitales tienen el mismo vencimiento, se prefiere el capital con mayor cuantía.

$$(125,2022) > (100,2022)$$

- d) En este caso en el que la cuantía del primer capital es inferior a la del segundo capital y su vencimiento es anterior, no podemos asegurar qué capital es preferible o si son financieramente equivalentes. Para ello, necesitamos trasladar las cuantías respectivas de cada capital a un determinado momento y comparar sus proyecciones.

2. Comprobar si los capitales (100,2020) y (140,2026) son financieramente equivalentes de acuerdo con la ley de capitalización $L(z) = 1 + 0,1 \cdot z$.

Solución:

Para saber si dos capitales son financieramente equivalentes tenemos que comprobar si, de acuerdo con la ley financiera dada, sus proyecciones son iguales. Como la ley es de capitalización esa comparación la haremos en el extremo superior del intervalo (el año 2026):

$$V_1 = C_1 \cdot L(z_1) = 100 \cdot [1 + 0,1 \cdot (2026 - 2020)] = 160 \text{ u.m}$$

$$V_2 = C_2 \cdot L(z_2) = 140 \cdot [1 + 0,1 \cdot (2026 - 2026)] = 140 \text{ u.m}$$

Dado que $V_1 \neq V_2$, los capitales (100,2020) y (140,2026) no son financieramente equivalentes de acuerdo con la ley financiera de capitalización $L(z) = 1 + 0,1 \cdot z$.

3. En el ejercicio anterior, ¿cuál ha de ser la cuantía del capital que vence en 2020 para que los dos capitales sean financieramente equivalentes?

Solución:

Dos capitales son financieramente equivalentes si sus proyecciones son iguales. Dado que la ley financiera utilizada es la de capitalización esas proyecciones las realizaremos en el extremo superior del intervalo.

$$\begin{aligned}
 V_1 = V_2 &\Rightarrow C_1 \cdot L(z_1) = C_2 \cdot L(z_2) \\
 &\Downarrow \\
 C_1 \cdot [1 + 0,1 \cdot (2026 - 2020)] &= 140 \cdot [1 + 0,1 \cdot (2026 - 2026)] \\
 &\Downarrow \\
 C_1 &= 87,50 \text{ u.m}
 \end{aligned}$$

De acuerdo con la ley financiera dada, se verifica que los capitales (87,5; 2020) y (140,2026) son financieramente equivalentes.

4. Comprobar si son financieramente equivalentes los capitales (850,2022) y (925,2025), utilizando la ley financiera de descuento $A(z) = (1 - 0,1)^z$.

Solución:

Dos capitales son financieramente equivalentes si tienen el mismo sustituto o proyección. En este caso, como la ley financiera que se utiliza es de descuento utilizaremos el vencimiento más antiguo para realizar esa comparación. .

$$V_1 = C_1 \cdot A(z_1) = 850 \cdot (1 - 0,1)^{2022-2022} = 850 \text{ u.m}$$

$$V_2 = C_2 \cdot A(z_2) = 925 \cdot (1 - 0,1)^{2025-2022} = 674,32 \text{ u.m}$$

Al ser $V_1 \neq V_2$, los capitales (850,2022) y (925,2025) no son financieramente equivalentes. Dado que $V_1 > V_2$ se prefiere el primer capital al segundo.

5. Dados los capitales (100,2019), (125,2020) y (150,2025) comprobar si son financieramente equivalentes tomando como criterio de comparación la ley financiera de capitalización $L(z) = 1 + 0,05 \cdot z$.

Solución:

Para saber si son equivalentes desde un punto de vista financiero hay que comprobar que los capitales sustitutos son iguales de acuerdo con la ley financiera de capitalización dada, tomando como referencia el vencimiento del último capital.

$$V_1 = C_1 \cdot L(z_1) = 100 \cdot [1 + 0,05 \cdot (2025 - 2019)] = 130 \text{ u.m}$$

$$V_2 = C_2 \cdot L(z_2) = 125 \cdot [1 + 0,05 \cdot (2025 - 2020)] = 156,25 \text{ u.m}$$

$$V_3 = C_3 \cdot L(z_3) = 150 \cdot [1 + 0,05 \cdot (2025 - 2025)] = 150 \text{ u.m}$$

Los capitales (100,2019), (125,2020) y (150,2025) no son financieramente equivalentes al no ser iguales sus sustitutos. De acuerdo con los resultados obtenidos se verifica que $V_2 > V_3 > V_1$, y por tanto la ordenación de los capitales sería la siguiente:

$$(125,2020) > (150,2025) > (100,2019)$$

- 6. Tomando como referencia la fecha de hoy establecer el orden de preferencia ente los capitales 500.000 euros, a percibir dentro de seis años, 502.102 euros, a percibir dentro de doce años y 512.000 euros, a percibir dentro de quince años, sabiendo que se aplica la ley financiera $A(z) = 1 - 0,06 \cdot z$.**

Solución:

Para establecer el orden de preferencia de los capitales, hay que calcular las proyecciones de cada uno de ellos en el momento actual (momento 0).

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 = 500.000 \cdot [1 - 0,06 \cdot (6 - 0)] = 320.000 \text{ euros} \\ V_2 = 502.102 \cdot [1 - 0,06 \cdot (12 - 0)] = 140.588 \text{ euros} \\ V_3 = 512.000 \cdot [1 - 0,06 \cdot (15 - 0)] = 51.200 \text{ euros} \end{array} \right.$$

$$\Downarrow \\ V_1 > V_2 > V_3 \Rightarrow 1^a > 2^a > 3^a$$

- 7. La empresa Z ha de pagar una letra de cambio por un importe de cinco millones de euros dentro de 45 días y se acuerda, hoy, sustituirla por otra equivalente pero con vencimiento dentro de cien días por adaptarse mejor a sus expectativas de liquidez. Teniendo en cuenta que se aplica la ley de descuento comercial: $A(z) = 1 - 0,08 \cdot z$, obtener la cuantía equivalente si se toma como base el año comercial.**

Solución:

Hay que tener en cuenta el tiempo interno de la operación o días que median entre el momento en que se acuerda la sustitución y el vencimiento de los capitales. De acuerdo con esto la solución es la siguiente:

$$5.000.000 \cdot \left(1 - 0,08 \cdot \frac{45}{360}\right) = C \cdot \left(1 - 0,08 \cdot \frac{100}{360}\right)$$

$$\Downarrow \\ C = 5.062.500 \text{ euros}$$

8. Si los capitales (225,2020) y (250,2021) son financieramente equivalentes de acuerdo con la ley $A(z) = (1 - 0,1)^z$, explicar por qué son también equivalentes los capitales (225,2022) y (250,2023) si se utiliza la misma ley financiera.

Solución:

Comprobaremos, en primer lugar, si efectivamente los capitales (225,2020) y (250,2021) son financieramente equivalentes de acuerdo con la ley especificada.

$$V_1 = C_1 \cdot A(z_1) = 225 \cdot (1 - 0,1)^{2020-2020} = 225 \text{ u.m}$$

$$V_2 = C_2 \cdot A(z_2) = 250 \cdot (1 - 0,1)^{2021-2020} = 225 \text{ u.m}$$

Al comprobarse que las proyecciones de los dos capitales son iguales, se puede afirmar que son financieramente equivalentes.

Los capitales con la misma cuantía y vencimientos en los años 2022 y 2023 son también financieramente equivalentes porque la amplitud del intervalo es la misma (un año) que cuando los vencimientos se sitúan entre los años 2020 y 2021, ya que la ley con la que se trabaja es estacionaria y, por tanto, sólo se tiene en cuenta el llamado “tiempo interno de la operación”. Para comprobarlo sólo hay que obtener las proyecciones correspondientes.

$$V_1 = C_1 \cdot A(z_1) = 225 \cdot (1 - 0,1)^{2022-2022} = 225 \text{ u.m}$$

$$V_2 = C_2 \cdot A(z_2) = 250 \cdot (1 - 0,1)^{2023-2022} = 225 \text{ u.m}$$

En efecto, los capitales (225,2022) y (250,2023) son financieramente equivalentes.

9. Utilizando la ley financiera $L(z) = 1 + 0,04 \cdot z$, calcular el montante y los intereses que genera durante ocho años un capital de cuantía 500 euros y vencimiento el momento actual.

Solución:

El montante es el capital equivalente en un momento determinado a las C u.m del momento inicial y se obtiene multiplicando esa cuantía por la ley. En nuestro caso es:

$$M = C \cdot L(z) = 500 \cdot (1 + 0,04 \cdot 8) = 660 \text{ euros}$$

El interés es el incremento que experimenta el capital de cuantía C al capitalizarlo durante z períodos de tiempo. En definitiva, es la diferencia entre las cuantías de dos capitales equivalentes.

$$I = M - C = 660 - 500 = 160 \text{ euros}$$

- 10. Dada la ley financiera de descuento $A(z) = (1 - 0,05)^z$, calcular el valor descontado y el descuento de un capital de cuantía 550 euros y vencimiento dentro de cinco años y medio.**

Solución:

El valor descontado se obtiene multiplicando la cuantía del capital a descontar por la correspondiente ley financiera de descuento.

$$V_0 = C \cdot A(z) = 550 \cdot (1 - 0,05)^{5,5} = 414,80 \text{ euros}$$

El descuento se calcula restando el valor descontado de la cuantía del capital a descontar.

$$D = C - V_0 = 550 - 414,80 = 135,20 \text{ euros}$$

- 11. El descuento de un capital de 100 euros ha sido de 34,39 euros. Calcular el tiempo durante el cual ha sido descontado si se ha utilizado la ley $A(z) = 1 - 0,1 \cdot z$.**

Solución:

En primer lugar obtenemos el valor descontado a partir del descuento efectuado. Se puede obtener fácilmente sin más que restar de la cuantía del capital el descuento practicado.

$$D = C - V_0 \Rightarrow V_0 = C - D \Rightarrow V_0 = 100 - 34,39 = 65,61 \text{ euros}$$

El tiempo durante el cual se ha obtenido ese valor descontado le obtenemos a partir de la expresión que permite calcularlo.

$$V_0 = C \cdot A(z) \Rightarrow 65,61 = 100 \cdot (1 - 0,1 \cdot z) \Rightarrow \frac{65,61}{100} = 1 - 0,1 \cdot z$$

↓

$$z = 3,439 \text{ años}$$

- 12. Tomando los datos del ejercicio anterior, obtener el tiempo durante el cual se ha descontado el capital si la ley financiera utilizada es $A(z) = (1 - 0,1)^z$.**

Solución:

El procedimiento es similar, cambiando la ley utilizada para efectuar el descuento.

$$D = C - V_0 \Rightarrow V_0 = C - D \Rightarrow V_0 = 100 - 34,39 = 65,61 \text{ euros}$$

$$V_0 = C \cdot A(z) \Rightarrow 65,61 = 100 \cdot (1 - 0,1)^z \Rightarrow \frac{65,61}{100} = (1 - 0,1)^z$$

$$\Downarrow$$

$$\ln\left(\frac{65,61}{100}\right) = z \cdot \ln(1 - 0,1) \Rightarrow z = 4 \text{ años}$$

13. Dados los capitales (C,t) , $(3C,t+1)$ y $(2C,t+4)$ y la ley financiera

$$A(z) = \frac{1}{1 + 0,1 \cdot z} \text{ calcular:}$$

a) La suma financiera en el momento $t+2$

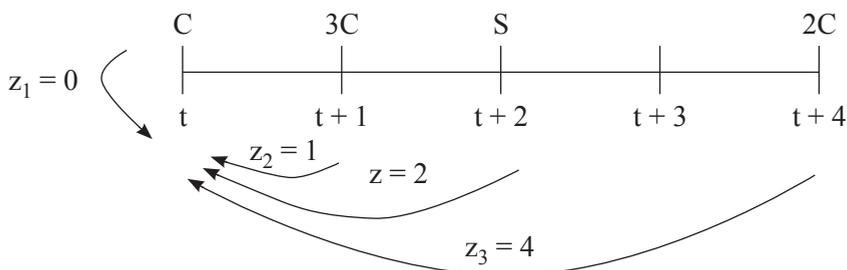
b) El vencimiento medio

Solución:

a) Un capital es suma financiera de otros cuando su proyección es igual a la suma de las proyecciones de los capitales sumandos.

$$C_1 \cdot A(z_1) + C_2 \cdot A(z_2) + C_3 \cdot A(z_3) = S \cdot A(z)$$

Al operar con una ley de descuento tomaremos como referencia el vencimiento del primer capital.



$$C \cdot \frac{1}{1 + 0,1 \cdot 0} + 3C \cdot \frac{1}{1 + 0,1 \cdot 1} + 2C \cdot \frac{1}{1 + 0,1 \cdot 4} = S \cdot \frac{1}{1 + 0,1 \cdot 2}$$

\Downarrow

$$S = 6,187 C$$

b) El vencimiento medio es un caso particular del vencimiento común que consiste en suponer que la cuantía del capital suma es la suma aritmética de las cuantías de los capitales sumandos. En nuestro caso, tendremos como vencimiento medio:

$$C \cdot \frac{1}{1 + 0,1 \cdot 0} + 3C \cdot \frac{1}{1 + 0,1 \cdot 1} + 2C \cdot \frac{1}{1 + 0,1 \cdot 4} =$$

$$= (C + 3C + 2C) \cdot \frac{1}{1 + 0,1 \cdot z} \Rightarrow z = 1,6374$$

Es decir, el vencimiento medio se situará en el momento $t + 1,6374$.

- 14. Se quieren sustituir los capitales (475,2020), (365,2022) y (285,2026) por uno solo equivalente a todos ellos con vencimiento en el año 2024 utilizando la ley financiera de capitalización $L(z) = 1 + 0,05 \cdot z^2$.**

Solución:

En este caso al utilizar una ley financiera de capitalización tomaremos como referencia para obtener el capital suma el vencimiento del último capital (el año 2026).

$$475 \cdot [1 + 0,05 \cdot (2026 - 2020)^2] + 365 \cdot [1 + 0,05 \cdot (2026 - 2022)^2] +$$

$$+ 285 \cdot [1 + 0,05 \cdot (2026 - 2026)^2] = X \cdot [1 + 0,05 \cdot (2026 - 2024)^2]$$

↓

$$X = 1.893,3 \text{ u.m}$$

- 15. En qué momento se pueden intercambiar los capitales (980,2020), (645,2023) y (840,2026) por uno de cuantía 2.772,35 si se utiliza la ley financiera de descuento comercial $A(z) = 1 - 0,02 \cdot z$.**

Solución:

Este es un ejemplo de lo que se denomina vencimiento común. A diferencia del ejercicio anterior en el que se preguntaba por la cuantía suma en una fecha determinada, en este ejercicio hay que averiguar el momento en que ha de entregarse el capital sustituto de los otros tres. El planteamiento es similar con la única diferencia de que ahora la incógnita es el vencimiento del capital suma y tomamos como referencia el vencimiento del primer capital al utilizar una ley de descuento.

$$980 \cdot [1 - 0,02 \cdot (2020 - 2020)] + 645 \cdot [1 - 0,02 \cdot (2023 - 2020)] +$$

$$+ 840 \cdot [1 - 0,02 \cdot (2026 - 2020)] = 2.772,35 \cdot [1 - 0,02 \cdot z]$$

↓

$$z = 3,06 \text{ años}$$

Y el vencimiento del capital sustituto será $2020 + 3,06 = 2023,06$

16. Obtener la cuantía y el vencimiento medio de la suma financiera de los capitales (125,2020), (250,2022), (450,2023) y (750,2025) en los supuestos en los que se utilicen las leyes:

a) $L(z) = 1 + 0,04 \cdot z$

b) $A(z) = 1 - 0,04 \cdot z$

Solución:

a) A partir de la expresión de la suma financiera de capitales se obtiene la cuantía y el vencimiento medio sin más que tomar como cuantía del capital suma la suma aritmética de las cuantías de los capitales sumandos, y resolver la ecuación resultante, tomando como referencia el vencimiento del último capital al tratarse de una ley financiera de capitalización.

$$\begin{aligned} & 125 \cdot [1 + 0,04 \cdot (2025 - 2020)] + 250 \cdot [1 + 0,04 \cdot (2025 - 2022)] + \\ & + 450 \cdot [1 + 0,04 \cdot (2025 - 2023)] + 750 \cdot [1 + 0,04 \cdot (2025 - 2025)] = \\ & = (125 + 250 + 450 + 750) \cdot [1 + 0,04 \cdot z] \Rightarrow z = 1,4444 \text{ años} \end{aligned}$$

La cuantía del capital es $125 + 250 + 450 + 750 = 1.575$ u.m y su vencimiento el año $2025 - 1,4444 = 2023,5556$.

b) El procedimiento es similar al apartado anterior, pero trabajando ahora con la ley de descuento correspondiente y tomando, por tanto, como referencia el vencimiento del primer capital.

$$\begin{aligned} & 125 \cdot [1 - 0,04 \cdot (2020 - 2020)] + 250 \cdot [1 - 0,04 \cdot (2022 - 2020)] + \\ & + 450 \cdot [1 - 0,04 \cdot (2023 - 2020)] + 750 \cdot [1 - 0,04 \cdot (2025 - 2020)] = \\ & = (125 + 250 + 450 + 750) \cdot [1 - 0,04 \cdot z] \Rightarrow z = 3,5556 \text{ años} \end{aligned}$$

La cuantía del capital es $125 + 250 + 450 + 750 = 1.575$ u.m y su vencimiento el año $2020 + 3,5556 = 2023,5556$.

El resultado es similar en ambos casos porque desde un punto de vista teórico es indiferente que se utilice la ley de capitalización simple o la de descuento comercial para calcular el vencimiento medio, ya que se comprueba que el resultado depende sólo de las cuantías y de los vencimientos de los capitales sumandos.

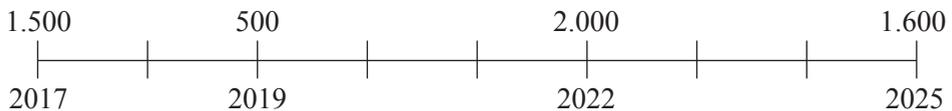
17. Tomando los capitales del ejercicio anterior, calcular la cuantía y el vencimiento medio si se utiliza la ley de capitalización compuesta $L(z) = (1 + 0,06)^z$.

Solución:

Tomando como ley financiera $L(z) = (1 + 0,06)^z$, el vencimiento medio es igual a:

$$\begin{aligned} & 125 \cdot (1 + 0,06)^{2025-2020} + 250 \cdot (1 + 0,06)^{2025-2022} + \\ & + 450 \cdot (1+0,06)^{2025-2023} + 750 \cdot (1 + 0,06)^{2025-2025} = \\ & = (125 + 250 + 450 + 750) \cdot (1 + 0,06)^z \Rightarrow z = 1,518 \text{ años} \end{aligned}$$

Es decir, el capital suma financiera, de acuerdo con la regla del vencimiento medio, tiene por cuantía 1.575 u.m y su vencimiento es $2025 - 1,518 = 2023,482$.

18. Dado el siguiente conjunto de capitales financieros:**Calcular:**

- La cuantía correspondiente al año 2020 de acuerdo con el vencimiento común a partir de ley financiera de capitalización simple: $L(z) = 1 + 0,03 \cdot z$.
- El vencimiento común correspondiente a una cuantía de 5.200 euros a partir de la ley financiera de capitalización compuesta: $L(z) = (1 + 0,03)^z$.
- El vencimiento medio (cuantía y vencimiento) a partir de la siguiente ley de descuento comercial $A(z) = 1 - 0,02 \cdot z$

Solución:

- Establecemos la ecuación de la suma financiera tomando el importe del capital suma como variable a calcular y tomamos como referencia el vencimiento del último capital por utilizar una ley financiera de capitalización.

$$\begin{aligned} & 1.500 \cdot [1 + 0,03 \cdot (2025 - 2017)] + 500 \cdot [1 + 0,03 \cdot (2025 - 2019)] \\ & + 2.000 \cdot [1 + 0,03 \cdot (2025 - 2022)] + 1.600 \cdot [1 + 0,03 \cdot (2025 - 2025)] \\ & = S \cdot [1 + 0,03 \cdot (2025 - 2020)] \Rightarrow S = 5.417,39 \text{ u.m} \end{aligned}$$

- En este caso a partir de la ecuación de la suma financiera calculamos el vencimiento común tomando como referencia el vencimiento del último capital por utilizar una ley financiera de capitalización.

$$\begin{aligned}
 & 1.500 \cdot (1 + 0,03)^{2025-2017} + 500 \cdot (1 + 0,03)^{2025-2019} + \\
 & + 2.000 \cdot (1 + 0,03)^{2025-2022} + 1.600 \cdot (1 + 0,03)^{2025-2025} = \\
 & = 5.200 \cdot (1 + 0,03)^z \Rightarrow z = 6,3885 \text{ años}
 \end{aligned}$$

Luego el vencimiento común del capital suma 5.200 será:
 $2025 - 6,3885 = 2018,61$.

- c) En este caso planteamos la ecuación de la suma financiera estableciendo como importe del capital suma la suma aritmética de los capitales sumandos y tomando como referencia el vencimiento del primer capital al usar una ley financiera de descuento.

$$\begin{aligned}
 & 1.500 \cdot [1 - 0,02 \cdot (2017 - 2017)] + 500 \cdot [1 - 0,02 \cdot (2019 - 2017)] + \\
 & + 2.000 \cdot [1 - 0,02 \cdot (2022 - 2017)] + 1.600 \cdot [1 - 0,02 \cdot (2025 - 2017)] \\
 & = (1.500 + 500 + 2.000 + 1.600) \cdot [1 - 0,02 \cdot z] \Rightarrow z = 4,25 \text{ años}
 \end{aligned}$$

Luego el importe del capital suma es 5.600 u.m y su vencimiento es
 $2017 + 4,25 = 2021,25$.